

APLICACIÓN DE DIVERSAS TÉCNICAS DE AJUSTE NUMÉRICO AL ESTUDIO DE LA VISCOELASTICIDAD DE HILADOS TEXTILES

Ana María Islas Cortes¹, Gabriel Guillén Buendía², Manuel Olvera Gracia¹

¹Instituto Politécnico Nacional, ESIT, Av. IPN s/n, U.P. "Adolfo López Mateos", Lindavista, 07738 GAM, Mexico D. F., SIBE-IPN, e-mail: amislas@ipn.mx

²Instituto Politécnico Nacional, ESIME-UA, Av. de las Granjas 682, Santa Catarina, 02550 Azcapotzalco, México D. F., SIBE-IPN, e-mail: gguillen@ipn.mx

RESUMEN

El estudio de la viscoelasticidad de hilos textiles sometidos a tracción usando los modelos mecánicos¹ contruidos a partir de elementos de Hooke y Newton ha sido abordado prácticamente entre los años 50 y 90. Uno de los modelos más sustentables es el modelo de Vangheluwe¹, y la determinación de sus constantes numéricas ha sido estudiada en trabajos previos²⁻⁴. Los métodos del hiperplano², el método Marquardt³, y los mínimos cuadrados⁴ han mejorado al método precedente en cuanto a bondad de ajuste. En este sentido, aquí se utiliza la técnica de Gauss Newton⁵ aplicado a ocho hilados textiles de diferentes materias primas de título 20 tex. Este último método es un algoritmo para minimizar la suma de los cuadrados de los residuos entre los datos experimentales y ecuaciones no lineales, aproximando a la función no lineal por medio de una serie de Taylor.

Palabras clave.- *Viscoelasticidad, hilos textiles, Gauss-Newton, series de Taylor.*

1. INTRODUCCION

En líneas generales, una forma de estudiar y definir una ley matemática del comportamiento viscoelástico es a partir de modelos mecánicos que nos permiten extraer magnitudes cuantitativas que le caracterizan, donde la componente elástica se representa por un elemento de Hooke, mientras que la variación de dimensiones sin recuperación que se producen a lo largo del tiempo en un material se representa por un elemento de Newton¹. Los primeros trabajos fueron de Meredith hasta llegar a la propuesta de Vangheluwe¹, incluyendo las recopilaciones de trabajos de varios autores realizada por Morton y Hearle. El modelo de Vangheluwe se ilustra en la figura 1, y está constituido por un elemento de Maxwell colocado en paralelo con un muelle no lineal de módulo C.

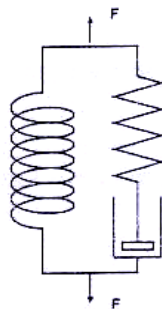


Figura 1.- Modelo de Vangheluwe.

La relación entre la carga σ y el alargamiento γ se rige por la ecuación (1):

$$\sigma = A(1 - e^{-B\gamma}) + C\gamma^2 \quad (1)$$

Donde,

A es la tenacidad en la fluencia, $A = \eta r$, siendo r la razón de deformación.

B es el cociente de la inversa del tiempo de relajación del elemento de Maxwell y la razón de deformación, y

C es el módulo del muelle no lineal.

Los parámetros del modelo anterior tienen una relación directa con las propiedades mecánicas y tintóreas de los hilos textiles y su determinación numérica es posible usando diversos métodos numéricos como los que se indican:

- Método gráfico¹, es un método simple de gran utilidad para determinar las constantes numéricas del modelo de Vangheluwe¹. Sin embargo, tiene limitantes importantes cuando la curva carga-alargamiento del hilo en estudio posee una fluencia considerable como es el caso de hilados elásticos.
- Método del hiperplano², es una modificación del algoritmo de Guggenheim y presenta resultados más consistentes en la evaluación numérica de los parámetros del modelo de Vangheluwe en comparación con el método gráfico. Por otra parte, el algoritmo de Guggenheim es una herramienta de utilidad en la enseñanza de métodos de ajuste de modelos no lineales.
- Método Marquardt³, es un método iterativo muy útil donde la calidad de la convergencia depende de la proximidad del estimador inicial del parámetro del modelo, por ello se requiere de un método de estimación preliminar de los parámetros del mismo.
- Mínimos cuadrados⁴, éste método presenta resultados similares a los mostrados por el método Marquardt³.
- Gauss Newton⁵, este método se aplica en el presente trabajo para evaluar las constantes numéricas del modelo de Vangheluwe de ocho hilos textiles de diversos materiales. El fundamento de este método es usar series de Taylor.

2. EXPERIMENTACIÓN

Para el desarrollo del trabajo se usaron ocho hilos textiles, indicados en la tabla 1. Todos ellos elaborados con diferentes materias primas y con título nominal de 20 tex.

Tabla 1.- Hilados textiles en estudio.

Hilado	Composición
1	Algodón peinado
2	Poliéster-algodón
3	Lino
4	Lyocell
5	Poliéster texturizado
6	Fibraza mate
7	Algodón semipeinado
8	Polinósica

Los hilados anteriormente citados se sometieron al ensayo de tracción⁶ de acuerdo a normativa vigente en un dinamómetro Statimat M Textechno y previamente acondicionados en una atmosfera adecuada⁷. Las curvas carga-alargamiento obtenidas de los hilos sometidos a tracción fueron ajustadas al modelo mecánico de Vangheluwe utilizando en primera instancia el método del hiperplano², posteriormente se hizo uso de la optimización Marquardt³, y se continuo con el método de mínimos cuadrados⁴, para

concluir con la aplicación del método de Gauss-Newton⁵.

3. PRESENTACION DE RESULTADOS

La determinación numérica de los parámetros del modelo de Vangheluwe ajustados a curvas carga-alargamiento de los hilados de la primera tabla, los resultados aparecen en la tabla 2 usando el método del hiperplano².

Tabla 2.- Valores numéricos de los parámetros de modelo de Vangheluwe
Método del hiperplano².

Hilado	A	B	C
1. Algodón peinado	8.284000970	0.304158609	0.758540532
2. Poliéster algodón	5.708397905	0.648181599	0.213716750
3. Lino	4.128254977	0.642082688	7.486610425
4. Lyocell	14.32288455	0.360754290	0.184858701
5. Poliéster texturizado	13.19957424	0.163192924	0.098474228
6. Fibrana mate	7.428663960	0.784162930	0.061568966
7. Algodón semipeinado	3.642354493	0.523412180	2.727771541
8. Polinósica	8.474003613	1.136838165	0.272006857

A continuación, los resultados obtenidos de aplicar el método de Marquardt² al ajuste del modelo mecánico a las curvas de los hilados en estudio se indican en la tabla siguiente.

Tabla 3.- Valores numéricos de los parámetros del modelo de Vangheluwe
Método Marquardt⁴.

Hilado	A	B	C
1. Algodón peinado	12.97670	0.328540	0.2087140
2. Poliéster algodón	7.845980	0.479292	0.1497130
3. Lino	13.16700	0.504465	3.9517900
4. Lyocell	15.48470	0.379953	0.1416320
5. Poliéster texturizado	25.50650	0.129834	0.0280542
6. Fibrana mate	7.830970	0.606299	0.0505072
7. Algodón semipeinado	10.52750	0.334906	0.2204310
8. Polinósica	10.75920	0.756773	0.1787480

En la tabla 4 aparecen los resultados alcanzados de aplicar al mismo ajuste, la técnica de mínimos cuadrados⁴, hay que indicar que el criterio de paro del proceso iterativo es la “distancia entre los puntos”.

Tabla 4.- Valores numéricos del modelo de Vangheluwe
Mínimos cuadrados⁴.

Hilo	A	B	C	Distancia
1. Algodón peinado	14.214588	0.295438	0.186141	0.000000
2. Poliéster algodón	7.8511540	0.478629	0.149676	0.000000
3. Lino	45.794399	0.128833	3.202057	9.830208
4. Lyocell	15.494946	0.379390	0.141512	0.000000
5. Poliéster texturizado	25.539400	0.129586	0.027998	0.000000
6. Fibrana mate	7.8321180	0.605835	0.050498	0.000000
7. Algodón semipeinado	10.565060	0.333571	0.220094	0.000000
8. Polinósica	10.756386	0.756982	0.178872	0.000000

A partir de la suma de cuadrados residual se determinó la bondad de ajuste de los métodos numéricos anteriores, los resultados se citan en la tabla 5.

Tabla 5.- Suma de cuadrados residual obtenida a partir de los diversos métodos de determinación numérica.

Hilado	Suma de Cuadrados (Hiperplano)	Suma de Cuadrados (Marquardt)	Suma de Cuadrados (Mínimos cuadrados)
1. Algodón peinado	96.50228102	0.640977292	0.638523392
2. Poliéster algodón	17.01042765	0.451854108	0.451865900
3. Lino	72.39453108	0.369254921	0.332285665
4. Lyocell	13.39342522	1.715965157	1.716015494
5. Poliéster texturizado	1359.033709	13.16271529	13.16266351
6. Fibrana mate	9.85847467	1.384599485	1.384583860
7. Algodón semipeinado	12904.88903	0.342387906	0.342110540
8. Polinósica	22.90012344	1.973640419	1.973681160

Finalmente, se aplicó el método de Gauss-Newton⁵ al ajuste del modelo mecánico de los hilados textiles indicados con anterioridad y los resultados se indican en la tabla 6, cabe señalar que en el hilo de lino no converge el método de Gauss-Newton, sin embargo el ajuste en los demás hilos es adecuados.

Tabla 6.- Valores numéricos del modelo de Vangheluwe

Gauss Newton				
Hilo	A	B	C	Distancia
1. Algodón peinado	14.33520071	0.292510807	0.184174116	2.76996E-11
2. Poliéster algodón	7.848822854	0.478936358	0.149676944	1.96081E-11
3. Lino	No converge			
4. Lyocell	15.48925172	0.379771366	0.141577577	1.21558E-10
5. Poliéster texturizado	25.53939979	0.129585582	0.027997906	3.59404E-09
6. Fibrana mate	7.833967435	0.605497584	0.050480816	5.06755E-10
7. Algodón semipeinado	6.387757968	0.927952938	0.087373064	2.89220E-10
8. Polinósica	10.75771757	0.757036813	0.178779713	4.04901E-10

4. CONCLUSIONES

El presente estudio permite formular las siguientes conclusiones:

- El comportamiento viscoelástico es interpretable sobre la base de la dinámica molecular de los polímeros sujetos a tracción.
- La evaluación numérica de los parámetros del modelo de Vangheluwe¹ ha sido estudiado en trabajos previos, y en ellos se ha usado el método gráfico¹, método del hiperplano², método Marquardt³, y método de mínimos cuadrados⁴, todos ellos mejorando los resultados del método precedente, de acuerdo a un análisis de la suma de cuadrados residual efectuada con los diversos métodos de determinación numérica.
- Los resultados de la evaluación numérica del modelo de Vangheluwe por el método de Gauss-Newton⁵, como se indica en este trabajo conduce a resultados convergentes en siete de los ocho hilos textiles estudiados, a excepción del hilo de lino. En general los ajustes son parecidos a los mostrados por el método de mínimos cuadrados.

5. BIBLIOGRAFÍA

1. Vangheluwe, L., (1992), “*Study of the Time Dependent Mechanical Properties of Yarns for Weaving*”, Doctoral Thesis, University of Ghent, Belgium.

2. Guillén, G., Islas, A. M., Ciurlizza, A., (2002), "*Estudio de los parámetros del modelo de Vangheluwe para la simulación viscoelástica de estructuras textiles*", XI Latin-Ibero-American Conference on Operation Research and Systems, CLAIO Concepción, Chile, Procceding.
3. Marquardt, D. W., (1963), "*An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters*", Journal for the Society of Industrial and Applied Mathematics, 11:431-41.
4. Islas, A. M.; Guillén, G., Olvera, M., (2007), "*El modelo de Maxwell y el modelo de Vangheluwe aplicados a hilos de algodón y poliéster sometidos a tracción*", Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería, CMNE 2007, Oporto, Portugal. Procceding.
5. Wheatley, G., (2000), "*Análisis numérico con aplicaciones*", Ed. 6ª, Editorial Prentice Hall, México.
6. ASTM D 2256, "*Tensile Properties of Yarns by the Single-Strand Method*".
7. INNTEX A 110, "*Acondicionamiento de materiales textiles*"